

# Penyelesaian Persamaan Linear Simultan

## Metode Eliminasi Gauss Jordan

---

Ahmad Zainudin, S.ST, M.T  
Workshop Metode Numerik

2014

---

# Persamaan Linier Simultan

- **Persamaan linier simultan** adalah suatu bentuk persamaan-persamaan yang secara bersama-sama menyajikan banyak variabel bebas
- Bentuk persamaan linier simultan dengan  $m$  persamaan dan  $n$  variabel bebas

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n = b_3$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

- $a_{ij}$  untuk  $i=1$  s/d  $m$  dan  $j=1$  s/d  $n$  adalah koefisien atau persamaan simultan
- $x_j$  untuk  $i=1$  s/d  $n$  adalah variabel bebas pada persamaan simultan

# Persamaan Linier Simultan

- Penyelesaian persamaan linier simultan adalah penentuan nilai  $x_i$  untuk semua  $i=1$  s/d  $n$  yang memenuhi semua persamaan yang diberikan.

$$AX = B$$

Matrik **A** = Matrik Koefisien/ Jacobian.

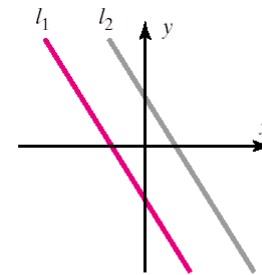
Vektor **x** = vektor variabel

vektor **B** = vektor konstanta.

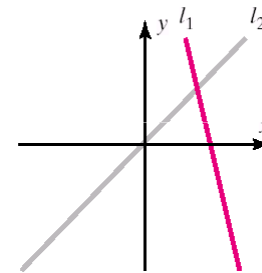
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix}$$

# Persamaan Linier Simultan

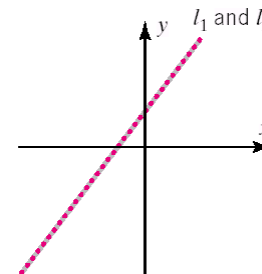
- Persamaan Linier Simultan atau Sistem Persamaan Linier mempunyai kemungkinan solusi :
  - Tidak mempunyai solusi
  - Tepat satu solusi
  - Banyak solusi



(a) No solution



(b) One solution



(c) Infinitely many solutions

**Figure 1.1.1**

# Augmented Matrix

- matrik yang merupakan perluasan matrik A dengan menambahkan vector B pada kolom terakhirnya, dan dituliskan:
- **Augmented (A) = [A B]**

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} & b_m \end{bmatrix}$$

# Konsep Metode Eliminasi Gauss Jordan

- Metode Eliminasi Gauss Jordan merupakan pengembangan metode eliminasi gauss, hanya saja augmented matrik , pada sebelah kiri dirubah menjadi matrik diagonal

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} & b_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & d_1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & d_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & d_n \end{bmatrix}$$

# Algoritma Metode Eliminasi Gauss Jordan

- (1) Masukkan matrik A, dan vektor B beserta ukurannya n
- (2) Buat augmented matrik  $[A|B]$  namakan dengan A
- (3) Untuk baris ke i dimana  $i=1$  s/d n
  - (a) Perhatikan apakah nilai  $a_{i,i}$  sama dengan nol :

Bila ya :

pertukarkan baris ke i dan baris ke  $i+k \leq n$ , dimana  $a_{i+k,i}$  tidak sama dengan nol, bila tidak ada berarti perhitungan tidak bisa dilanjutkan dan proses dihentikan dengan tanpa penyelesaian.

Bila tidak : lanjutkan

- (b) Jadikan nilai diagonalnya menjadi satu, dengan cara untuk setiap kolom k

dimana  $k=1$  s/d  $n+1$ , hitung  $a_{i,k} = \frac{a_{i,k}}{a_{i,i}}$

# Algoritma Metode Eliminasi Gauss Jordan

(1) Untuk baris ke  $j$ , dimana  $j = i+1$  s/d  $n$

Lakukan operasi baris elementer: untuk kolom  $k$  dimana  $k=1$  s/d  $n$

Hitung  $c = a_{j,i}$

Hitung  $a_{j,k} = a_{j,k} - c.a_{i,k}$

(2) Penyelesaian, untuk  $i = n$  s/d  $1$  (bergerak dari baris ke  $n$  sampai baris pertama)

$$x_i = a_{i,n+1}$$



# Program Metode Eliminasi Gauss Jordan

- Tentukan Ordo dan Masukkan matrik A

```
printf("Tentukan ordo matrik : ");
scanf("%d",&n);
printf("Masukkan matrik A : \n");
for(i=0;i<n;i++){
    for(j=0;j<n;j++){
        printf("Matrik A[%d][%d] : ",i+1,j+1);
        scanf("%lg",&A[i][j]);
    }
}
```

- Masukkan matrik B

```
printf("Masukkan matrik vektor B : \n");
for(i=0;i<n;i++){
    printf("Matrik B[%d] : ",i+1);
    scanf("%lg",&B[i]);
    A[i][j]=B[i];
}
```

# Program Metode Eliminasi Gauss Jordan

- Buat augmented matrik [A|B]

```
printf("Augmented matrik [A|B] : \n");
for(i=0;i<n;i++){
    for(j=0;j<n+1;j++){
        printf("%4lg",A[i][j]);
    }
    printf("\n");
}
```

# Program Metode Eliminasi Gauss Jordan

(3) Untuk baris ke  $i$  dimana  $i=1$  s/d  $n$

(a) Perhatikan apakah nilai  $a_{i,i}$  sama dengan nol :

Bila ya :

pertukarkan baris ke  $i$  dan baris ke  $i+k \leq n$ , dimana  $a_{i+k,i}$  tidak sama dengan nol, bila tidak ada berarti perhitungan tidak bisa dilanjutkan dan proses dihentikan dengan tanpa penyelesaian.

Bila tidak : lanjutkan

(b) Jadikan nilai diagonalnya menjadi satu, dengan cara untuk setiap kolom  $k$

dimana  $k=1$  s/d  $n+1$ , hitung  $a_{i,k} = \frac{a_{i,k}}{a_{i,i}}$

# Program Metode Eliminasi Gauss

(1) Untuk baris ke  $j$ , dimana  $j = i+1$  s/d  $n$

Lakukan operasi baris elementer: untuk kolom  $k$  dimana  $k=1$  s/d  $n$

Hitung  $c = a_{j,i}$

Hitung  $a_{j,k} = a_{j,k} - c.a_{i,k}$

(2) Penyelesaian, untuk  $i = n$  s/d  $1$  (bergerak dari baris ke  $n$  sampai baris pertama)

$$x_i = a_{i,n+1}$$

```
for (i=0; i<n; i++){
    for (j=0; j<n; j++){
        if (i!=j)
        {
            c=A[j][i]/A[i][i];
            for (k=0; k<n+1; k++){
                A[j][k]-=A[i][k]*c;
            }
        }
    }
}
```

# Program Metode Eliminasi Gauss

- Cetak Matrik setelah OBE

```
printf("Matrik setelah OBE : \n");
for(i=0; i<n; i++)
{
    for(j=0; j<n+1; j++)
        printf("%4lg ", A[i][j]);
    printf("\n");
}
```

- Cetak Penyelesaian Persamaan Simultan

```
printf("Penyelesaian himpunan persamaan simultan dg Gauss-Jordan\n");
for(i=0; i<n; i++){
    printf("x-%d = %lg\n", i+1, A[i][n]/A[i][i]);
}
```

# Pengujian Program (1)

Selesaikan sistem persamaan linier berikut :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$$

$$2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$$



# Pengujian Program

```
C:\Data\Workshop Metode Numerik\Program>gauss_jordan
Tentukan ordo matrik : 3
Masukkan matrik A :
Matrik A[1][1] : 1
Matrik A[1][2] : 1
Matrik A[1][3] : 1
Matrik A[2][1] : 1
Matrik A[2][2] : 2
Matrik A[2][3] : -1
Matrik A[3][1] : 2
Matrik A[3][2] : 1
Matrik A[3][3] : 2
Masukkan matrik vektor B :
Matrik B[1] : 6
Matrik B[2] : 2
Matrik B[3] : 10
Augmented matrik [A|B] :
  1  1  1  6
  1  2 -1  2
  2  1  2 10
Matrik setelah OBE :
  1  0  0  1
  0  1  0  2
  0  0 -2 -6
Penyelesaian himpunan persamaan simultan dg Gauss-Jordan
x-1 = 1
x-2 = 2
x-3 = 3
```

# Pengujian Program (2)

Cari Nilai  $X_1, X_2, X_3$  pada persamaan dibawah ini menggunakan eliminasi gauss dan eliminasi gauss jordan

$$2X_1 + X_2 + 4X_3 = 8$$

$$3X_1 + 2X_2 + X_3 = 10$$

$$X_1 + 3X_2 + 3X_3 = 8$$





# Laporan Sementara

- Selesaikan pengujian program (1) dan (2)
- Tuliskan persamaan dan hasil program (Augmented Matrik dan Matrik OBE)
  
- **Tugas Laporan Resmi :**  
Bandingkan dengan hasil perhitungan secara manual untuk masing-masing pengujian program