
Differensial Tingkat Tinggi

Workshop Metode Numerik
Ahmad Zainudin, S.ST, M.T

Differensial Tingkat Tinggi

- Differensiasi tingkat tinggi merupakan proses pendeferensialan secara terusmenerus, hingga tingkatan yang ditentukan.

(1) Differensial tingkat 2 adalah :

$$f''(x) = f' \{f'(x)\}$$

(2) Differensial tingkat 3 adalah :

$$f^{(3)}(x) = f' \{f''(x)\}$$

(3) Differensial tingkat n adalah :

$$f^{(n)}(x) = f' \{f^{(n-1)}(x)\}$$

Dapat dituliskan :

$$\frac{d^n f}{dx^n} = \frac{d}{dx} \left\{ \frac{d^{n-1} f}{dx^{n-1}} \right\}$$

Differensial Tingkat Tinggi

- Untuk menghitung differensial tingkat tinggi ini dapat digunakan metode differensiasi yang merupakan pengembangan metode selisih tengahan yaitu :

Differensiasi tingkat 2

$$f''(x) = \frac{f(x-2h) - 2f(x) + f(x+2h)}{4h^2}$$

Algoritma Differensial Tingkat Tinggi

- (1) Definisikan fungsi $f(x)$ yang akan dicari nilai turunannya
- (2) Definisikan fungsi turunan $f^{\text{eksak}}(x)$ sebenarnya
- (3) Masukkan nilai pendekatan awal : batas bawah a , batas atas b , dan nilai step h
- (4) Untuk $x=a$ sampai dengan b hitung :

$$f''(x) = f''(x) = \frac{f(x-2h) - 2f(x) + f(x+2h)}{4h^2}$$

- (5) Tampilkan nilai x , $f(x)$, $f'(x)$ dan $f^{\text{eksak}}(x)$

Hasil Program Differensial Tingkat Tinggi

```
C:\Data\Workshop Metode Numerik\Program>differensial_tingkat_tinggi
```

```
Masukkan batas bawah : 0
```

```
Masukkan batas atas: 1
```

```
Masukkan h : 0.1
```

| x | f(x) | f''(x)[Eksak] | f''(x)[Tinggi] | Error |
|----------|----------|---------------|----------------|----------|
| 0.000000 | 2.000000 | 4.000000 | 3.999998 | 0.000002 |
| 0.100000 | 2.221000 | 4.600000 | 4.600003 | 0.000003 |
| 0.200000 | 2.488000 | 5.200000 | 5.199999 | 0.000001 |
| 0.300000 | 2.807000 | 5.800000 | 5.799997 | 0.000003 |
| 0.400000 | 3.184000 | 6.400000 | 6.400000 | 0.000000 |
| 0.500000 | 3.625000 | 7.000000 | 7.000002 | 0.000002 |
| 0.600000 | 4.136000 | 7.600000 | 7.600007 | 0.000006 |
| 0.700000 | 4.723000 | 8.200001 | 8.199992 | 0.000009 |
| 0.800000 | 5.392001 | 8.800000 | 8.800020 | 0.000020 |
| 0.900000 | 6.149001 | 9.400001 | 9.400004 | 0.000004 |
| 1.000000 | 7.000001 | 10.000001 | 10.000028 | 0.000027 |

```
Rata-rata error = 0.000008
```

Program Differensial Tingkat Tinggi

- Tentukan fungsi $f(x)$ dan $f''(x)$ -eksak

```
float fx(float x){
    return (x*x*x)+(2*x*x)+(2*x)+2;
}

float dfx_eksak(float x){
    return (6*x)+4;
}
```

- Masukkan batas bawah, atas dan nilai h

```
printf("Masukkan batas bawah : ");      scanf("%f", &a);
printf("Masukkan batas atas: ");        scanf("%f", &b);
printf("Masukkan h : ");                 scanf("%f", &h);
```

- Cetak header tabel

```
printf("x\t\tf(x)\t\tf''(x)[Eksak]\t\tf''(x)[Tinggi]\tError\n");
```

- Tentukan nilai $x=a$ dan $\text{jumerror}=0$

```
x=a;
jumerror=0;
```

Program Differensiasi Numerik Selisih Maju

Untuk $x=a$ sampai dengan b hitung :

$$F''(x) = \frac{(f(x-2h)) - (2f(x)) + (f(x+2h)))}{4h^2}$$

$$f''(x) = f''(x) = \frac{f(x-2h) - 2f(x) + f(x+2h)}{4h^2}$$

```
while(x<=b+h)
{
    hasil = ((fx(x-2*h))-(2*fx(x))+(fx(x+2*h)))/(4*h*h); //dikembangkan dr metode selisih tengahan
    feks=dfx_eksak(x);
    error=fabs(feks-hasil);
    jumerror=jumerror+error;
    printf("%f\t%f\t%f\t%f\t%f\n",x,fx(x),feks,hasil,error);
    x=x+h;
}
```

- Dan Tampilkan nilai x , $f(x)$, $f''(x)$ [Eksak], $f''(x)$ [Tinggi], error

Program Differensiasi Numerik Selisih Maju

- Hitung rata-rata error dan tampilkan

```
rataerror=jumerror/((b-a)/h);  
printf("Rata-rata error = %f\n",rataerror);
```


Pengujian Program

- $f(x) = (x*x*x)+(2*x*x)+(2*x)+2$
- $Feks = (6*x)+4$
- $x = [0,0.5]$ dengan h berubah-ubah
- Ambil 1 nilai x (0.5) dan tulis pada tabel

| H | x | F(x) | F''(x)[Eksak] | F''(x)[Tinggi] | Error |
|--------|-----|------|---------------|----------------|-------|
| 0.1 | 0.5 | | | | |
| 0.01 | 0.5 | | | | |
| 0.001 | 0.5 | | | | |
| 0.0001 | 0.5 | | | | |

Pengujian Program

- Membandingkan perubahan nilai h dengan rata-rata error

| h | Rata-rata Error |
|--------|-----------------|
| 0.1 | |
| 0.01 | |
| 0.001 | |
| 0.0001 | |