Politeknik Elektronika Negeri Surabaya

Penyelesaian Persamaan Non Linear
Metode Tabel

Workshop Metode Numerik

Ahmad Zainudin, S.ST

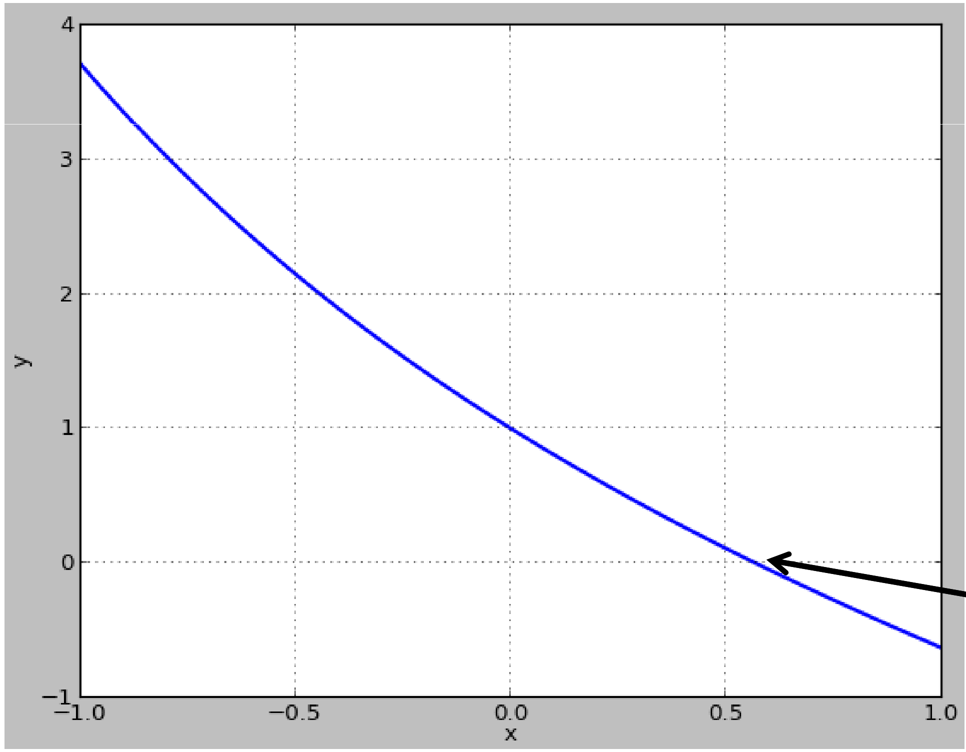
2014

Penyelesaian Persamaan Non Linear

- Penyelesaian persamaan non linear

Penentuan akar-akar persamaan non linear

Akar sebuah persamaan f(x)=0 adalah nilai-nilai x yang menyebabkan nilai f(x) sama dengan 0



Y=exp(-x)-x

Terdapat titik potong antara x =0.5 dan x-1

Akar persamaan

Penyelesaian Persamaan Non Linear

- Persamaan non linear $mx + c = 0$

  Dapat diselesaikan dengan :

  $$mx + c = 0$$

  $$x = -\frac{c}{m}$$

- Penyelesaian persamaan kuadrat $ax2 + bx + c = 0$

  Dapat diselesaikan dengan rumus ABC

  $$x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Bagaimana untuk menyelesaikan persamaan x-exp(-x)=0 ?

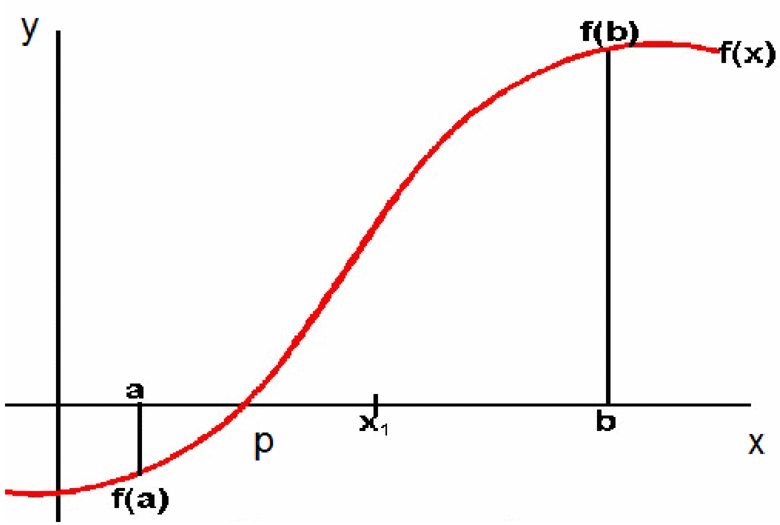
Penyelesaian Persamaan Non Linear

- **Metode Tertutup**
  - Mencari akar pada range [a,b] tertentu
  - Dalam range [a,b] dipastikan terdapat satu akar
  - Hasilnya selalu konvergen → disebut juga metode konvergen

- **Metode Terbuka**
  - Diperlukan tebakan awal
  - x_n dipakai untuk menghitung x_{n+1}
  - Hasil dapat konvergen atau divergen

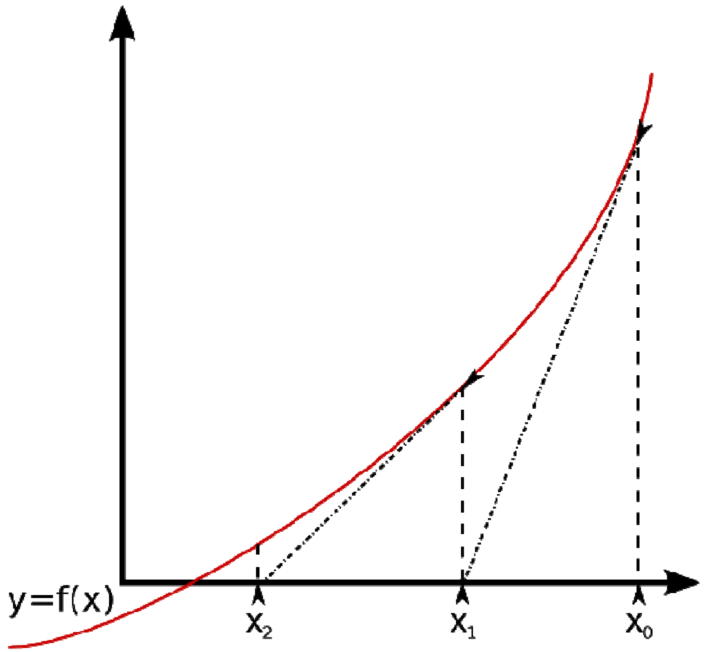
Metode Tertutup

- Metode Tabel
- Metode Biseksi
- Metode Regula Falsi



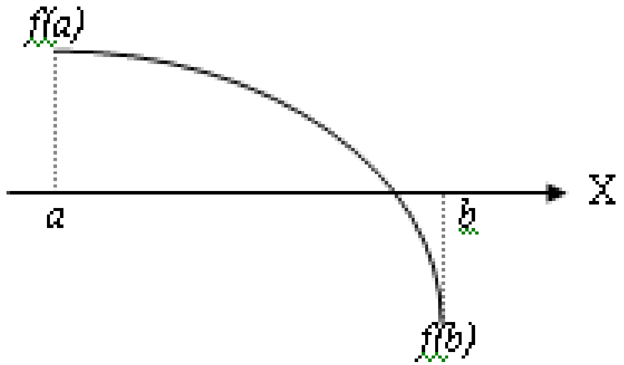
Metode Terbuka

- Metode Iterasi Sederhana
- Metode Newton-Raphson
- Metode Secant

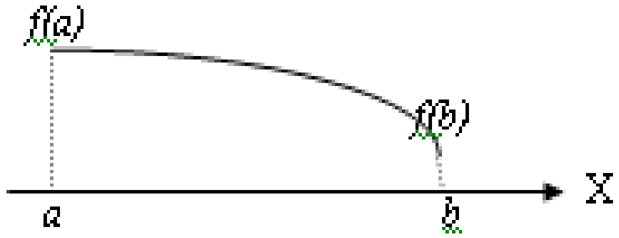


Konsep Metode Tabel

- Suatu range x=[a,b] mempunyai akar bila f(a) dan f(b) berlawanan tanda atau memenuhi f(a).f(b)<0
- Theorema di atas dapat dijelaskan dengan grafik-grafik sebagai berikut :



Karena f(a).f(b)<0 maka pada range x=[a,b] terdapat akar



Karena f(a).f(b)>0 maka pada range x=[a,b] tidak terdapat akar

Konsep Metode Tabel

- Metode Table atau **pembagian area**.
- Dimana untuk x di antara *a* dan *b* dibagi sebanyak N bagian dan pada masing-masing bagian dihitung nilai *f(x)* sehingga diperoleh tabel :

X	f(x)
$x_0=a$	$f(a)$
x_1	$f(x_1)$
x_2	$f(x_2)$
x_3	$f(x_3)$
……	……
$x_n=b$	$f(b)$

Algoritma Metode Tabel

(1) Defisikan fungsi f(x)

(2) Tentukan range untuk x yang berupa batas bawah x_{bawah}dan batas atas x_{atas}.

(3) Tentukan jumlah pembagian N

(4) Hitung step pembagi h

$$H = \frac{x_{atas} - x_{bawah}}{N}$$

(5) Untuk i = 0 s/d N, hitung

$x_i = x_{bawah} + i.h$

$y_i = f(x_i)$

(6) Untuk I = 0 s/d N dicari k dimana

*. Bila $f(x_k) = 0$ maka x_k adalah penyelesaian

*. Bila $f(x_k).f(x_{k+1}) < 0$ maka :

- Bila $|f(x_k)| <|f(x_{k+1})$ maka x_k adalah penyelesaian
- Bila tidak x_{k+1}adalah penyelesaian atau dapat dikatakan penyelesaian berada di antara x_k dan x_{k+1}.

Contoh Permasalahan

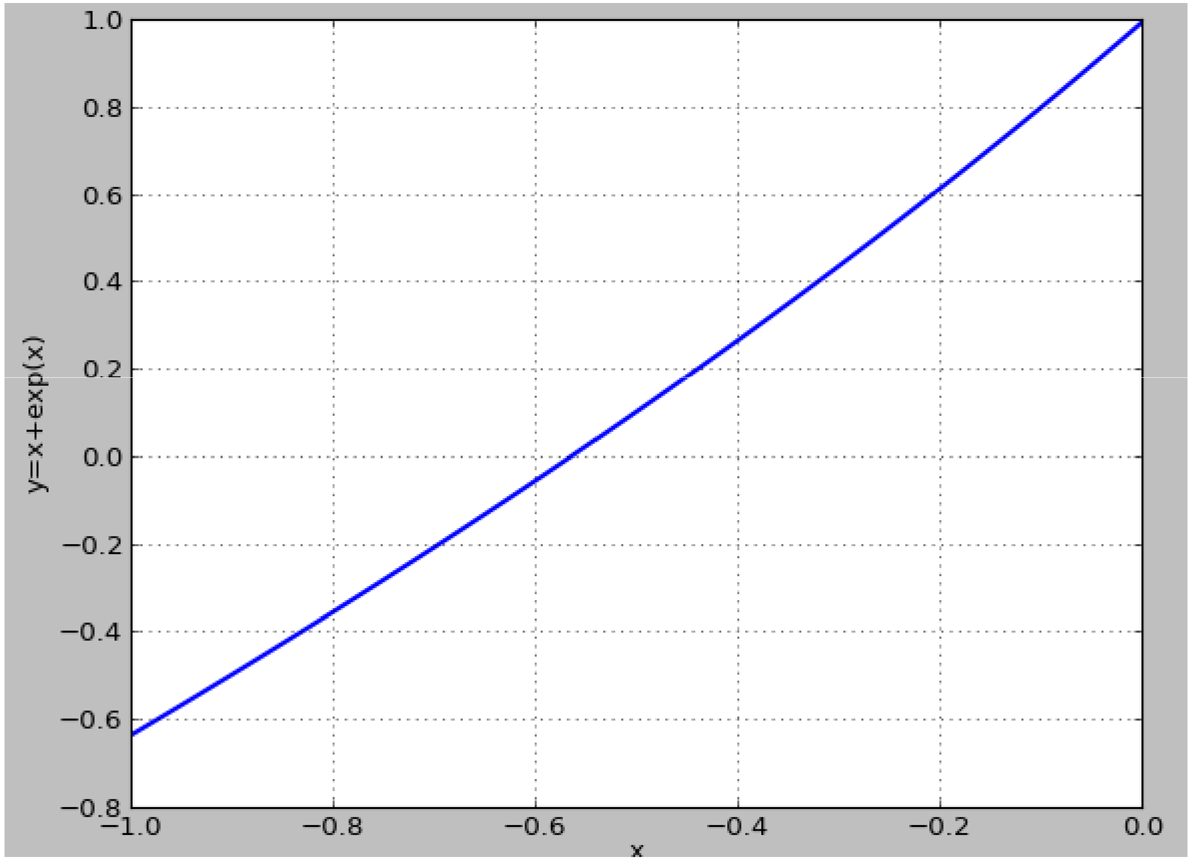
- Selesaikan persamaan : $x+e^x = 0$ dengan range x = [-1,0]
- Untuk mendapatkan penyelesaian dari persamaan di atas range x = [-1,0] dibagi menjadi 10 bagian sehingga diperoleh :

X	f(x)
-1,0	-0,63212
-0,9	-0,49343
-0,8	-0,35067
-0,7	-0,20341
-0,6	-0,05119
-0,5	0,10653
-0,4	0,27032
-0,3	0,44082
-0,2	0,61873
-0,1	0,80484
0,0	1,00000

```
I:\Bahan Ajar\Metode Numerik\Metode Numerik\Program>table
Tentukan Batas Bawah : -1
Tentukan Batas Atas : 0
Tentukan Jumlah Iterasi : 10
No       x              f(x)            Error
1        -1.000000      -0.632121       0.632121
2        -0.900000      -0.493430       0.493430
3        -0.800000      -0.350671       0.350671
4        -0.700000      -0.203415       0.203415
5        -0.600000      -0.051188       0.051188
6        -0.500000      0.106531        0.106531
7        -0.400000      0.270320        0.270320
8        -0.300000      0.440818        0.440818
9        -0.200000      0.618731        0.618731
10       -0.100000      0.804837        0.804837
Titik potong sumbu-x mendekati nilai x = -0.600000 dengan fx = -0.051188 dan err
or = 0.051188
```

Contoh Permasalahan (Dilihat dari Kurva)

- Selesaikan persamaan : $x+e^{x} = 0$ dengan range x = [-1,0]



Contoh Permasalahan

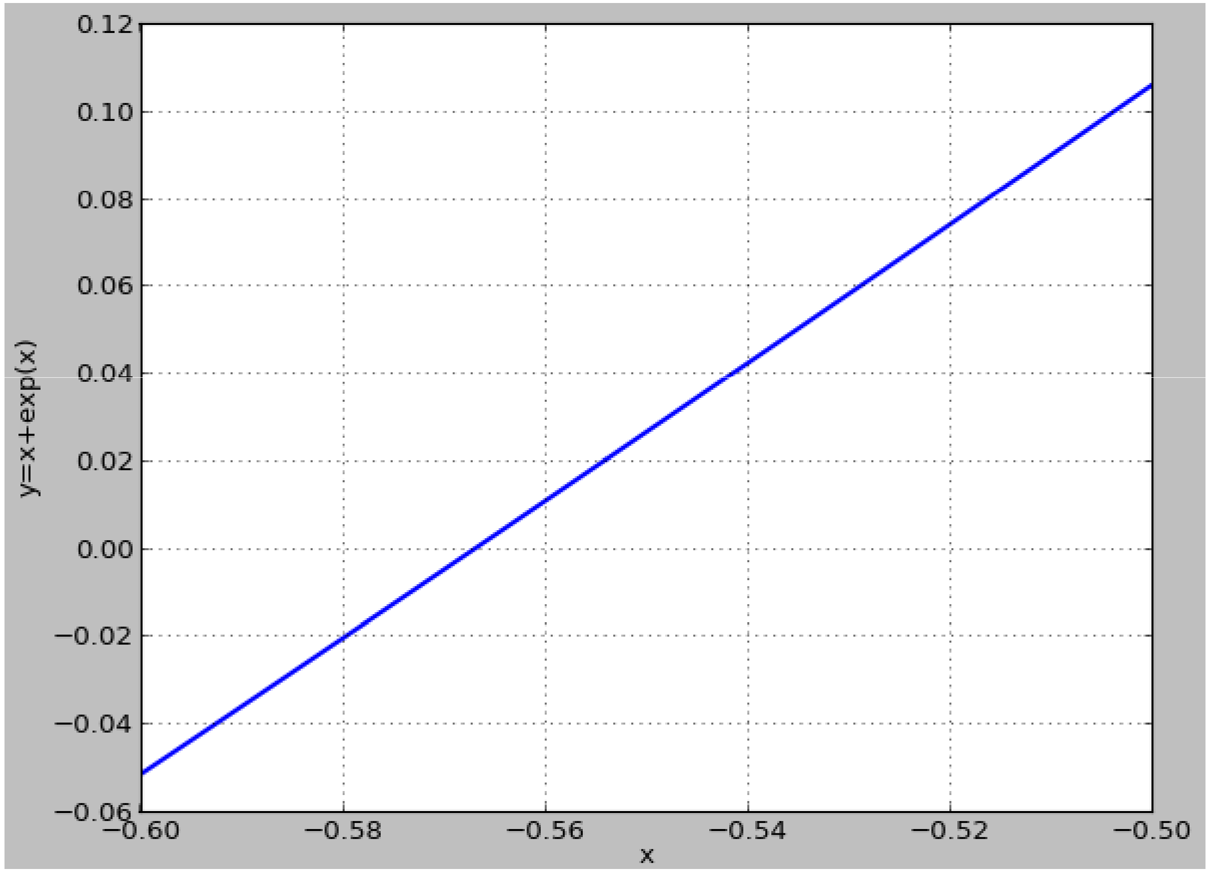
- Dari tabel diperoleh penyelesaian berada di antara –0,6 dan –0,5 dengan nilai f(x) masing-masing -0,0512 dan 0,1065, sehingga dapat diambil keputusan penyelesaiannya di x=-0,6.
- Bila pada range x = [-0.6,-0.5]

  dibagi 10 maka diperoleh f(x) terdekat dengan nol pada x = -0,57 dengan F(x) = 0,00447

```
I:\Bahan Ajar\Metode Numerik\Metode Numerik\Program>table
Tentukan Batas Bawah : -0.6
Tentukan Batas Atas : -0.5
Tentukan Jumlah Iterasi : 10
No      x               f(x)            Error
1       -0.600000       -0.051188       0.051188
2       -0.590000       -0.035673       0.035673
3       -0.580000       -0.020102       0.020102
4       -0.570000       -0.004475       0.004475
5       -0.560000       0.011209        0.011209
6       -0.550000       0.026950        0.026950
7       -0.540000       0.042748        0.042748
8       -0.530000       0.058605        0.058605
9       -0.520000       0.074521        0.074521
10      -0.510000       0.090496        0.090496
Titik potong sumbu-x mendekati nilai x = -0.570000 dengan fx = -0.004475 dan err
or = 0.004475
```

Contoh Permasalahan (Dilihat dari Kurva)

- Selesaikan persamaan : $x+e^x = 0$ dengan range x = [-0.6,-0.5]

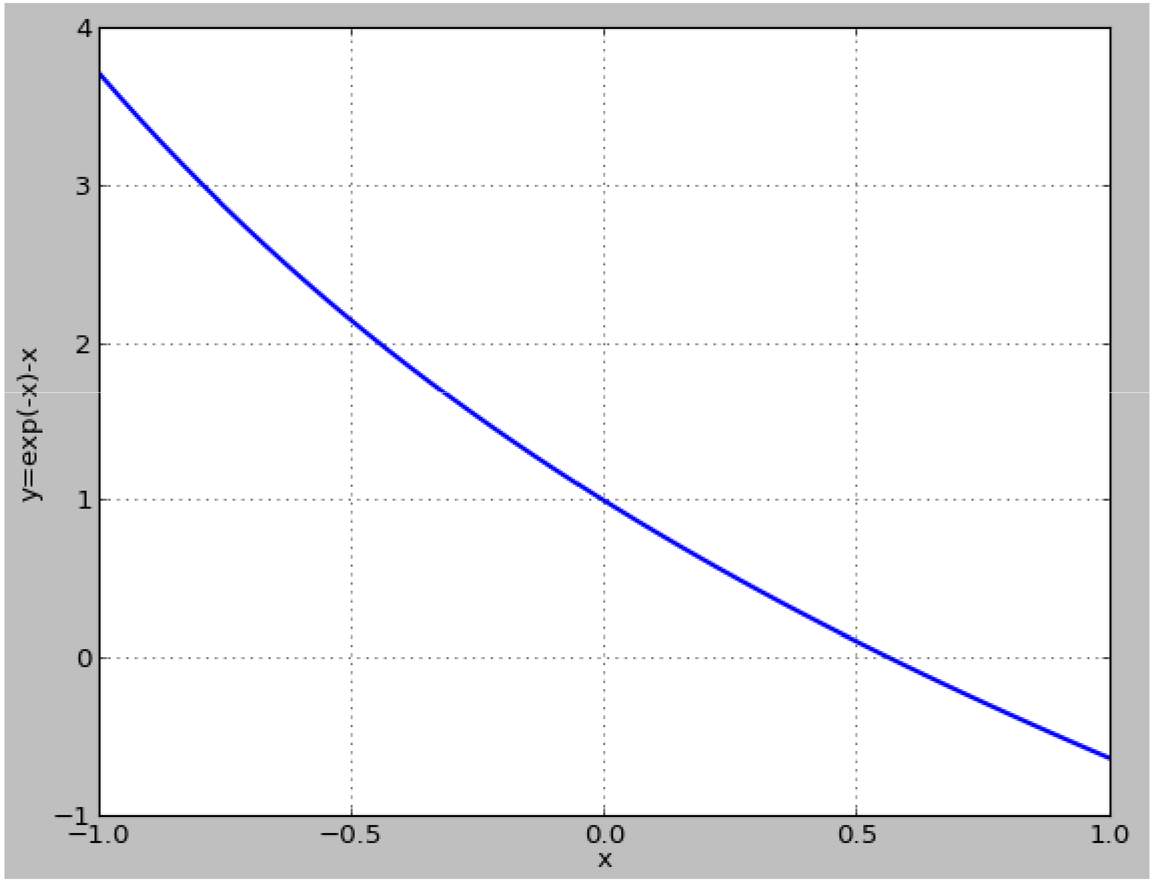


Kelemahan Metode Tabel

- Metode table ini secara umum sulit mendapatkan penyelesaian dengan error yang kecil, karena itu metode ini tidak digunakan dalam penyelesaian persamaan non linier
- Tetapi metode ini digunakan sebagai taksiran awal mengetahui area penyelesaian yang benar sebelum menggunakan metode yang lebih baik dalam menentukan penyelesaian.

Program Metode Tabel (Menggambar Kurva)

Menampilkan Kurva **f(x)=exp(-x)-x**, Misalkan nilai awal batas bawah dan batas atas ditentukan [-1,1]

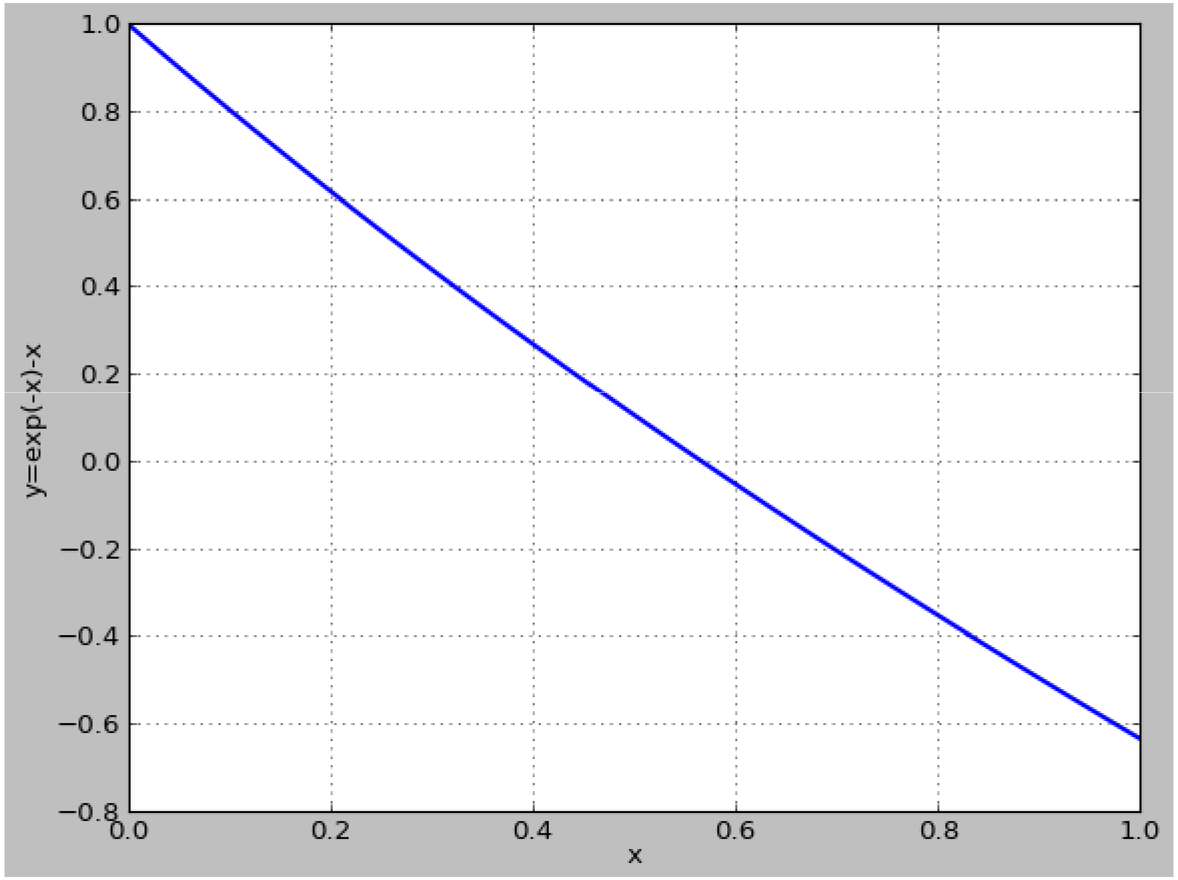



```python
#!/usr/bin/python
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
fig = plt.figure()
x = np.linspace(-1, 1)
y = np.exp(-x)-x
line, = plt.plot(x, y, linewidth=2)
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y=exp(-x)-x')
plt.grid()
plt.show()
```

Berdasarkan kurva di atas persamaan f(x)=exp(-x)-x terdapat titik potong antara nilai x=0 dan x=1

Program Metode Tabel (Menggambar Kurva)

Berdasarkan nilai awal batas bawah dan batas atas sebelumnya dapat digambarkan kurva **f(x)=exp(-x)-x** dengan range [0,1]




```
#!/usr/bin/python
import numpy as np
import math
import matplotlib.pyplot as plt
fig = plt.figure()
x = np.linspace(0, 1)
y = np.exp(-x)-x
line, = plt.plot(x, y, linewidth=2)
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('y=exp(-x)-x')
plt.grid()
plt.show()
```

Program Metode Tabel

- Mendefinisikan fungsi f(x)

```
float fx(float x){
float y;
 y=exp(-x)-x;
return y;
}
```

Jangan lupa mendefinisikan library yang digunakan

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
```

Karena digunakan operasi aritmatika

- Menentukan batas bawah, batas atas dan jumlah iterasi

```
printf("Tentukan Batas Bawah : ");
scanf("%f",&x_bawah);
printf("Tentukan Batas Atas : ");
scanf("%f",&x_atas);
printf("Tentukan Jumlah Iterasi : ");
scanf("%f",&N);
```

- Hitung step pembagi h

```
h=(x_atas-x_bawah)/N;
```

$$H = \frac{x_{atas} - x_{bawah}}{N}$$

Program Metode Tabel

Untuk i = 0 s/d N, hitung

$x_i = x_{bawah} + i.h$

$y_i = f(x_i)$

Membuat judul tabel

```
printf("No\tx\t\tf(x)\t\tError\n");
```

```
for(i=0;i<N;i++){
  x=x_bawah+i*h;
  y=fx(x);
  printf("%d\t%f\t%f\t%f\n",i+1,x,y,fabs(y));
}
```

Untuk menampilkan hasil

```
I:\Bahan Ajar\Metode Numerik\Metode Numerik\Program>table
Tentukan Batas Bawah : -1
Tentukan Batas Atas : 0
Tentukan Jumlah Iterasi : 10
No      x               f(x)            Error
1       -1.000000       -0.632121       0.632121
2       -0.900000       -0.493430       0.493430
3       -0.800000       -0.350671       0.350671
4       -0.700000       -0.203415       0.203415
5       -0.600000       -0.051188       0.051188
6       -0.500000       0.106531        0.106531
7       -0.400000       0.270320        0.270320
8       -0.300000       0.440818        0.440818
9       -0.200000       0.618731        0.618731
10      -0.100000       0.804837        0.804837
Titik potong sumbu-x mendekati nilai x = -0.600000 dengan fx = -0.051188 dan err
or = 0.051188
```

Program Metode Tabel

Untuk I = 0 s/d N dicari k dimana

*. Bila $f(x_k) = 0$ maka x_k adalah penyelesaian

*. Bila $f(x_k).f(x_{k+1}) < 0$ maka :

- Bila $|f(x_k)| < |f(x_{k+1})$ maka x_k adalah penyelesaian
- Bila tidak x_{k+1} adalah penyelesaian atau dapat dikatakan penyelesaian berada di antara x_k dan x_{k+1}.

```
for(i=0;i<N;i++){
  x=x_bawah+i*h;
  x2=x_bawah+(i+1)*h;
if(fx(x)==0)
  printf("Titik potong sumbu-x saat nilai x = %f\n",x);
else if(fx(x)*fx(x2)<0){
    if(fabs(fx(x)) < fabs(fx(x2))){
       printf("Titik potong sumbu-x mendekati nilai x = %f dengan fx = %f dan error = %f\n",x,fx(x),fabs(fx(x)));
    }
    else
       printf("Titik potong sumbu-x mendekati nilai x = %f dengan fx = %f dan error = %f\n",x2,fx(x2),fabs(fx(x2)));
  }
}
```

Tugas Workshop

- Pengubahan nilai awal batas bawah (a) dan batas atas (b) terhadap 20 iterasi (N)

Batas bawah (a)	Batas atas (b)	Nilai Error (f(x)=e)
0	1	
0.25	0.75	
0.5	0.75	
0.5	0.6	

- Lengkapi juga dengan gambar kurva untuk masing-masing range

Tugas Laporan Resmi

- Toleransi error terhadap jumlah iterasi (N)

Toleransi error (e)	Jumlah iterasi (N)
0.1	
0.01	
0.001	
0.0001	