
Konsep Metode Numerik

Workshop Metode Numerik
Ahmad Zainudin, S.ST, M.T

Metode Numerik Secara Umum

1. Tentukan akar-akar persamaan polinomial

$$23.4x^7 - 1.25x^6 + 120x^4 + 15x^3 - 120x^2 - x + 100 = 0$$

2. Tentukan harga x yang memenuhi persamaan :

$$\sqrt{27.8e^{5x} - \frac{1}{x}} = \cos^{-1} \frac{(120x^2 + \sqrt{2x})}{17x - 65}$$

3. Selesaikan sistem persamaan linear

$$1.2a - 3b - 12c + 12d + 4.8e - 5.5f + 100g = 18$$

$$0.9a + 3b - c + 16d + 8e - 5f - 10g = 17$$

$$4.6a + 3b - 6c - 2d + 4e + 6.5f - 13g = 19$$

$$3.7a - 3b + 8c - 7d + 14e + 8.4f + 16g = 6$$

$$2.2a + 3b + 17c + 6d + 12e - 7.5f + 18g = 9$$

$$5.9a + 3b + 11c + 9d - 5e - 25f - 10g = 0$$

$$1.6a + 3b + 1.8c + 12d - 7e + 2.5f + g = -5$$



Cukup sulit untuk diselesaikan dengan metode analitik yang biasa dikenal



Metode Analitik : Metode penyelesaian model matematika dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku (lazim)

Penyelesaian Metode Analitik

- Pada soal no 1 :



Tidak bisa menggunakan rumus abc



$$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$



Derajat polinomial > 2



Dengan memfaktorkan (menguraiakan menjadi perkalian beberapa suku)



Semakin tinggi derajat polinomial, semakin sukar memfaktorkannya



Dengan cara **coba-coba** → Metode pembagian sintetis **Horner**



Polinomial dibagi dengan sebuah bilangan, jika sisa pembagiannya nol → akar polinomial



Membutuhkan waktu lama karena COBA-COBA

Penyelesaian Metode Analitik

- Pada soal no 2 :



Masih sejenis dengan soal
no 1



Menentukan nilai x yang
memenuhi kedua persamaan



Penyelesaian Metode Analitik

- Pada soal no 3 :



Persamaan dengan jumlah
peubah 7



Rumus titik potong dua
dua garis → dengan 3
peubah



Tidak bisa menggunakan
aturan Cramer



Tidak ada rumus yang dapat
dipakai untuk memecahkannya



Permasalahan lain

- Bila diperoleh tabulasi titik-titik (x,y) sebagai berikut (yang dalam hal ini rumus fungsi $y=f(x)$ tidak diketahui secara eksplisit)

x	$y = f(x)$
2.5	1.4256
3.0	1.7652
3.5	2.0005
4.4	2.8976
6.8	3.8765



**Sering dijumpai pada data
hasil percobaan / pengujian
di laboratorium**



- Hitung taksiran nilai y untuk $x=3,8$!



**Sulit diselesaikan karena
persamaan fungsi tidak
diketahui**

**Untuk beberapa parameter
→ suhu, PH, tekanan, waktu**

Metode Analitik VS Metode Numerik

Metode Analitik : Metode penyelesaian model matematika dengan rumus-rumus aljabar yang sudah baku (lazim)



Error sama dengan 0



Metode analitik dapat menyelesaikan persoalan yang terbatas

Metode Numerik : Teknik yang digunakan untuk memformulasikan persoalan matematik sehingga dapat dipejahkan dengan operasi perhitungan / aritmatika biasa (tambah, kurang, kali dan bagi)



Ada error



Solusi pendekatan

Perbedaan Metode Numerik dan Analitik

Metode Numerik



Solusi selalu berbentuk angka

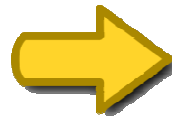


Solusi yang didapatkan mendekati atau menghampiri solusi sesungguhnya (sejati) → solusi hampiran/solusi pendekatan → selisih menghasilkan error



Besarnya ketelitian dapat ditentukan

Metode Analitik



Solusi dalam bentuk fungsi matematika → dievaluasi untuk menghasilkan nilai dalam bentuk angka



Solusi sejati dapat ditentukan dengan mudah



Besarnya ketelitian tidak dapat ditentukan



Penyelesaian dengan Metode Analitik dan Numerik


Persoalan integrasi

$$I = \int_{-1}^1 (4 - x^2) dx$$

Metode Analitik  $\int ax^n dx = \frac{1}{n+1} ax^{n+1} + C$

$$I = \int_{-1}^1 (4 - x^2) dx = [4x - x^3/3]_{x=-1}^{x=1} = \{4(1) - (1)/3\} - \{4(-1) - (-1)/3\} = 22/3$$

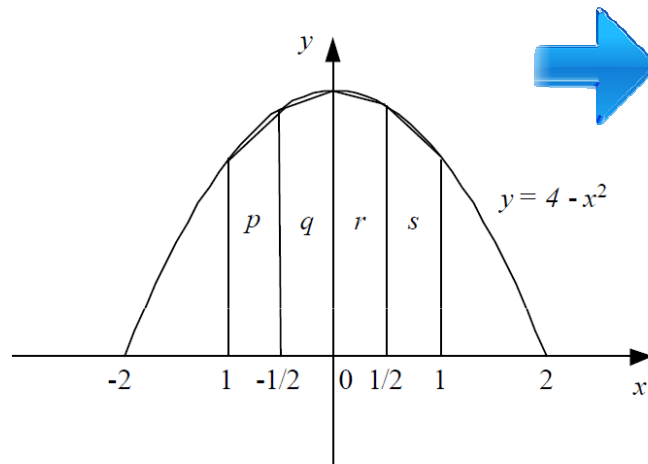

Solusi analitik dalam bentuk fungsi matematik


Nilai numerik integral untuk batas integral x=1 dan x=-1

Penyelesaian dengan Metode Analitik dan Numerik

Persoalan integrasi

$$I = \int_{-1}^1 (4 - x^2) dx$$



Membagi daerah integrasi $[-1, 1]$ atas sejumlah trapesium dengan lebar 0,5

Untuk memperkecil error dengan membuat lebar trapesium yang lebih kecil \rightarrow meningkatkan komputasi

$$\begin{aligned} I &\approx p + q + r + s \\ &\approx \{[f(-1) + f(-1/2)] \times 0.5/2\} + \{[f(-1/2) + f(0)] \times 0.5/2\} + \\ &\quad \{[f(0) + f(1/2)] \times 0.5/2\} + \{[f(1/2) + f(1)] \times 0.5/2\} \\ &\approx 0.5/2 \{f(-1) + 2f(-1/2) + 2f(0) + 2f(1/2) + f(1)\} \\ &\approx 0.5/2 \{3 + 7.5 + 8 + 7.5 + 3\} \\ &\approx 7.25 \end{aligned}$$

Error :

$$= |7.25 - 22/3| = |7.25 - 7.33...| = 0.08333...$$

Mengapa kita harus mempelajari metode numerik?

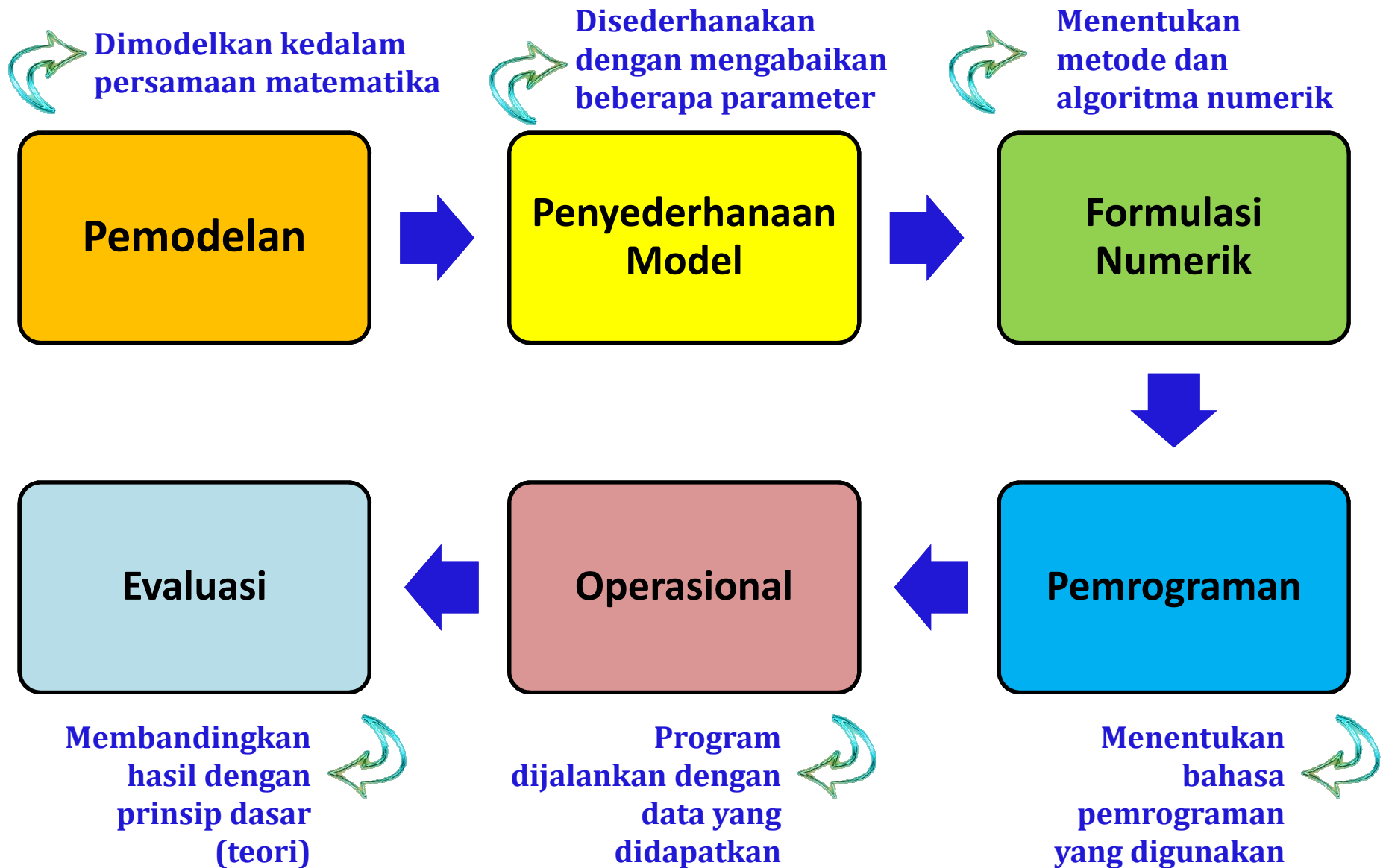
- Permasalahan di lapangan diformulasikan ke dalam bentuk persamaan matematika kompleks → metode numerik dengan bantuan komputer dapat menyelesaikan persoalan

- Metode numerik merupakan alat bantu pemecahan masalah matematika yang sangat ampuh

- Metode numerik digunakan untuk menyederhanakan permasalahan matematika menjadi operasi matematika yang mendasar



Tahap-tahap Memecahkan Persoalan Secara Numerik



Perbedaan Metode Numerik dan Analisis Numerik

Metode Numerik → **Algoritma → langkah-langkah penyelesaian persoalan secara numerik**

Analisis Numerik → **Terapan matematika untuk menganalisis metode**

- **Analisa error**
- **Analisa konvergensi / penggabungan metode**

→ **Tingkat ketelitian metode matematika**

